

Direção editorial: José Roberto Marinho

Editor-assistente: Victor Pereira Marinho

Capa: Fabrício Ribeiro

Projeto gráfico e diagramação: Fábio Ricardo Mancuso

Conselho Científico e Editorial:

Prof. Dr. Laerte S. Fonseca – IFS e UFS (Presidente)

Prof. Dr. Luiz Gonzaga Xavier de Barros/UNIAN e USP

Prof.^a Dr.^a Janete Bolite Frant – UNIAN

Prof. Dr. Carlos Eduardo Mathias Motta – UFF

Prof.^a Dr.^a Lucia Maria Aversa Villela – USS

Prof.^a Dr.^a Denize Silva Souza – UFS

Prof.^a Dr.^a Ivanete Batista dos Santos – UFS

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Didática do cálculo : epistemologia, ensino e aprendizagem / Laerte Fonseca, (org.). –

1. ed. – São Paulo : Editora Livraria da Física, 2016.

Vários autores.

Bibliografia.

ISBN 978-85-7861-423-2

- * 1. Aprendizagem 2. Cálculo - Estudo e ensino
- 3. Epistemologia I. Fonseca, Laerte.

16-04943

CDD-515

Índices para catálogo sistemático:

- 1. Cálculo : Matemática 515

Todos os direitos reservados. Nenhuma parte desta obra poderá ser reproduzida sem a permissão da Editora. Aos meios empregados sem a permissão da Editora. Aos infratores aplicam-se as sanções previstas nos artigos 102, 104, 106 e 107 da Lei no 9.610, de

19 de fevereiro de 1998

Prefácio

Sinto-me honrada e feliz por ter a oportunidade de escrever este prefácio para Laerte Fonseca. Embora pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de Cálculo venha crescendo, sua aprendizagem é considerada árdua pelos estudantes não importa o país em que vivem. No Brasil, o índice de evasão e/ou repetência em Cálculo é alarmante.

Este livro foi organizado em três eixos: epistemologia, ensino e aprendizagem. Não se trata de um livro de receitas e sim de material onde cada eixo nos instiga a prosseguir com sua leitura e contribui para estimular discussões entre pares, sejam professores de Cálculo e/ou pesquisadores. Os autores, são professores, pesquisadores, nesta área, de diferentes pontos de nosso país e diferentes referenciais teóricos, ampliando a riqueza desta obra.

Os títulos dos seis capítulos que compõem o eixo 1 nos transportam para a evolução do conhecimento em relação ao Cálculo, trazendo contribuições que vão dos Babilônios até Arquimedes; de Galileu e Cavalieri; Newton, Descartes e Leibniz; de Euler em diante. Aborda ainda as aplicações do Cálculo e o Cálculo no contexto da cultura francesa.

O eixo 2 aborda questões relativas a alguns obstáculos didáticos que podem contribuir com a evasão ou repetição nas universidades. A leitura desses capítulos nos leva a ponderar como em nossas salas de aula tratamos do desenvolvimento do conceito de variável, do conceito de função, das relações numéricas sob três enfoques: aritmético, algébrico e geométrico. Trazendo reflexões e ajudando a modificar esse quadro de evasão e repetência.

O livro apresenta no eixo 3 mobilizações didáticas para a aprendizagem, com focos nos temas do eixo 2.

Deste modo, acredito que este livro contribuirá com a área de Educação Matemática pois apresenta três eixos importantes para pensar e quiçá modificar o panorama da sala de aula de Cálculo no terceiro grau.

Prof.^a Dr.^a Janete Bolite Frant
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática
Universidade Anhanguera de São Paulo

Sumário

PREFÁCIO

Prof.ª Dr.ª Janete Bolite Frant – UNIAN/SP

EIXO I – Desafios e obstáculos epistemológicos que mobilizaram o desenvolvimento do Cálculo.....9

Capítulo 01: Os primórdios da epistemologia do Cálculo: dos babilônios a Arquimedes.....10

Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrosio – UNIAN/SP

Prof. Dr. Carlos Valente

Capítulo 02: Os desenvolvimentos transitórios do Cálculo entre a Idade Média e o Renascimento.....26

Prof. Dr. Wanderley Moura Rezende – UFF

Capítulo 03: As formulações do Cálculo operacionalizadas por Newton, Descartes e Leibniz.....39

Prof. Dr. Wanderley Moura Rezende – UFF

Capítulo 04: As aplicações do Cálculo e suas renovações epistemológicas.....52

Prof. Dr. Francisco Regis Vieira Alves – IFCE

Capítulo 05: O cálculo no contexto da cultura acadêmica francesa.....71

Prof.ª Dr.ª Maria Salett Biembengut – PUC/RS

Capítulo 06: O cálculo a partir de Leonhard Euler.....84

Prof. Dr. Wanderley Moura Rezende – UFF

EIXO II – Alguns obstáculos didáticos no Ensino de Cálculo e como eles “contribuem” para aumentar os índices de reprovação e evasão na universidade.....98

Capítulo 07: Obstáculos referentes ao desenvolvimento do conceito de variável.....99

Prof. Dr. Wagner Marcelo Pommer – UNIFESP

Capítulo 08: Obstáculos referentes ao desenvolvimento do conceito de função.....112

Prof.ª Dr.ª Claudia C. de Segadas-Vianna – UFRJ

Capítulo 09: Obstáculos referentes às relações entre representação numérica sob três enfoques: aritmético, algébrico e geométrico.....122

Prof. Dr. André Lúcio Grande – FATEC/Mauá

Prof. Dr. Rogério Fernando Pires – UESC/BA

Capítulo 10: Obstáculos referentes às relações de representação aritmética e algébrica de grandezas.....131

Prof.ª Dr.ª Karly Alvarenga Barbosa – UFG

Prof. MSc. Murilo de Medeiros de Sampaio – UFS

Capítulo 11: Obstáculos referentes às relações de representação aritmética e geométrica de grandezas.....145

Prof. Dr. Laerte Fonseca – IFS

Capítulo 12: Obstáculos referentes às relações de representação geométrica e algébrica de grandezas.....153

Prof.ª Dr.ª Maria Salett Biembengut – PUC/RS

EIXO III – Possibilidades para alicerçar a aprendizagem no Cálculo.....169

Capítulo 13: Mobilizações Didáticas para aprendizagem do conceito de variável.....170

Prof. Dr. Wagner Marcelo Pommer – UNIFESP

Capítulo 14: Mobilizações Didáticas para aprendizagem do conceito de função.....183

Prof.ª Dr.ª Lilian Nasser – UFRJ

Prof. MSc. Geneci Alves de Sousa – SEEDUC/RJ

Prof. MSc. Marcelo André Abrantes Torraca – SEEDUC/RJ

Capítulo 15: Mobilizações Didáticas das relações entre representação numérica sob três enfoques: aritmético, algébrico e geométrico.....197

Prof.ª Dr.ª Karly Alvarenga Barbosa – UFG

Prof. MSc. Murilo de Medeiros de Sampaio – UFS

Capítulo 16: Mobilizações Didáticas das relações de representação aritmética e algébrica de grandezas.....209

Prof.ª Dr.ª Ana Lucia Nogueira Junqueira

Prof.ª Dr.ª Maria Lúcia Tavares de Campos – UFF

Capítulo 17: Mobilizações Didáticas das relações de representação aritmética e geométrica de grandezas.....227

Profª Drª Verilda Speridião Kluth – UNIFESP

Capítulo 18: Mobilizações Didáticas das relações de representação geométrica e algébrica de grandezas.....238

Prof. Dr. Laerte Fonseca – IFS

EIXO I

Desafios e obstáculos epistemológicos que mobilizaram o desenvolvimento do Cálculo.

Os principais disparadores das pesquisas sobre o ensino e aprendizagem do cálculo diferencial e integral apontados nos trabalhos por nós analisados são a retenção e a evasão, como consequência da primeira causa. Conforme Zeferino et al (2013), estes fatores provocam a elaboração de projetos que se propõem a realizar estudos em Instituições Superiores de Ensino particularizados e centrados em seus próprios índices coletando dados próprios e analisando-os com a finalidade de encontrar possíveis soluções para problemas internos, que resvalam as questões pedagógicas referentes ao ensino e aprendizagem do cálculo diferencial e integral.

Há também alguns disparadores de pesquisa que afloram das inquietações de pesquisadores que buscam compreender o fenômeno de outras perspectivas como aquelas que se referem à dificuldades dos alunos e que têm como finalidade desenvolver melhorias didáticas.

Neste capítulo pretendemos trazer um apanhado deste movimento e evidenciar as possibilidades didático-pedagógicas nele produzidas para que os professores de cálculo diferencial e integral interessados possam a partir do texto direcionar sua prática docente ou suas buscas, quando se fizerem necessárias.

Porém antes de iniciarmos a descrição de nossa busca é preciso salientar que as análises realizadas por Zeferino et al (2013) vinculadas à uma pesquisa em andamento, cujo propósito é realizar o estado da arte das pesquisas em cálculo diferencial e integral, chegaram a resultados importantes sobre as pesquisas apresentadas nos últimos dez anos do ENEM⁷⁷ sobre o tema aqui tratado.

Dentre as 551 referências bibliográficas analisadas, contabilizamos 54 delas são artigos publicados em congressos, 29 são dissertações de mestrado e 57 teses de doutorado, enquanto revistas totalizam 101 referências. Foi impressionante a quantidade de referências incompletas ou com erros de grafia. Em relação às dissertações de mestrado e tese de doutorado, as referências concentra-se nas universidades paulistas Unesp-Rio Claro, USP, Unicamp e PUC-SP. Além disso, dada a grande variedade de referências bibliográficas e o baixo número de citações, percebemos que não há algum autor ou referência bibliográfica que serve como guia padrão para os novos trabalhos do ENEM, no sentido de trabalhos que devem obrigatoriamente ser consultado por quem quer desenvolver pesquisa nessa área. (ZEFERINO, 2013, p. 10)

76 Doutora em Educação Matemática/UNESP-Rio Claro. Docente da Universidade Federal de São Paulo/UNIFESP. E-mail: verilda@nil.com.br

77 ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática vinculado à Sociedade Brasileira de Educação Matemática que reuni pesquisadores e professores dos ensinos básico e superior.

- POMMER, W. M. **A construção de significados dos Números Irracionais no ensino básico: Uma proposta envolvendo os eixos constituintes dos Números Reais.** (2012). Tese (Doutorado em Educação Ensino de Ciências e Matemática)- Faculdade de Educação-Universidade de São Paulo, 2012.
- PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico.** (Brochura). DIGIDT, Ministério da Educação. Portugal, 2009.
- RADFORD, L. **Cognição Matemática: História, Antropologia e Epistemologia.** São Paulo: Livraria da Física, 2011.
- REZENDE, W. M. **O Ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica.** (2003). Tese de doutorado. Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo: USP, 2003.
- SANTANNA, N. F. P.; PALIS, G. L. R.; NEVES, M. A. C. M. Transpondo obstáculos: da Aritmética para a Álgebra. **Zetetiké.** v. 21, n. 39, 2013, p. 169-195.
- SIERPINSKA, A. **On understanding the notion of function.** In: DUBINSKY, E; HAREL, G (Ed.) **The Concept of Function: aspects of epistemology and Pedagogy.** MAA Notes, p.25-58, 1992.
- SILVA, A. L. V. da. **Números reais no ensino médio: identificando e possibilitando imagens conceituais.** 2011. 333f. Tese (Doutorado)-Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Educação, Rio de Janeiro, 2011.
- SILVA JUNIOR, O. da. **Cálculo no Ensino Médio: Números Reais.** 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. IMPA – PROFMAT – SBM)-Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2014.
- SIMMONS, J. F. **Cálculo com Geometria Analítica.** Rio de Janeiro: Editora Makron Books, v.1, 1987.
- SMOLE, K. S.; DINIZ, M. G. **Matemática: Ensino Médio.** São Paulo: Editora Saraiva, v.1, 2003.
- THOMAS, G. B. et al. **Cálculo.** 10. ed. Tradução de Paulo Boschov. São Paulo: Addison Wesley, v.1, 2002. 2 v.
- USISKIN, Z. **O Que É Álgebra Da Escola Média?** In: COXFORD, A. F; SHULTE, A. P. **As ideias da Álgebra.** São Paulo: Atual, 1995.
- VIGOTSKI, L. S. **Pensamento e Linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 1998.